



Примеры тем интенсивного отделения 5–7 классов

- Арифметика
 - Чётность, делимость, признаки делимости
 - Основная теорема Арифметики
 - Деление с остатком
- Алгебра
 - Дроби, уравнения в целых числах
 - Алгебраические преобразования
 - Методы суммирования
- Графы
 - Степень вершины, лемма о рукопожатиях
 - Циклы, лемма о хороводах
 - Ориентированные графы
- Текстовые задачи
 - Движение
 - Проценты
 - Метод Прокруста
- Алгоритмы
 - Взвешивания
 - Переливания
 - Последовательности операций
- Комбинаторика
 - Правило суммы и произведения
 - Перебор вариантов
 - Число сочетаний и размещений
- Игры
 - Принцип выигрышных позиций
 - Принцип симметрии
 - Турниры
- Комбинаторная геометрия
 - Разрезания
 - Раскраски и замощения
 - Формула Пика

Примеры тем интенсивного отделения 8–10 классов

- Многочлены
 - Теорема Безу
 - Основная теорема алгебры
 - Метод Штурма
- Неравенства
 - Метод рационализации
 - Метод равносильных преобразований
 - Метод интервалов
- Теория множеств
 - Операции над множествами
 - Отображения
 - Мощности множеств
- Теория чисел
 - Основная теорема арифметики, НОД, НОК
 - Функция Эйлера
 - Малая теорема Ферма, теорема Эйлера
- Комплексные числа
 - Алгебра комплексных чисел
 - Тригонометрическая форма
 - Формула Муавра
- Графики
 - Элементарные преобразования, непрерывные функции
 - Разрывные функции
 - ГМТ, параметры

- Планиметрия

- Теорема Менелая, теорема Чевы
- Степень точки
- Координатный метод и векторный метод

- Стереометрия

- Сечения
- Скрещивающиеся прямые
- Теорема косинусов трёхгранного угла

Примеры проектно-исследовательских задач

1. Кратчайший путь. Муравей ползёт по поверхности кубика из одной вершины в противоположную. Как он должен двигаться, чтобы его путь до противоположной вершины был наименьшим? А как должна лететь муха внутри этого куба, чтобы долететь до противоположной вершины за наименьший путь? А что если куб, по которому ползает муравей и в котором летит муха теперь четырёхмерный: как им тогда двигаться и как изменится расстояние? С помощью полученных знаний решите обобщённую задачу: как должно двигаться k -мерное насекомое по n -мерному кубу, чтобы попасть в противоположную вершину за наименьший путь?

2. Формула Пика. Пусть задан многоугольник на плоскости, вершины которого лежат в узлах целочисленной сетки. Формула Пика позволяет найти его площадь, посчитав количество внутренних и граничных узлов. Предположив, что формула достаточно проста (линейна), выведите её эмпирически. Нужно доказать её для прямоугольников, треугольников, а затем и для произвольных многоугольников. Можно ли обобщить этот результат на трёхмерное пространство?

3. Бесконечно вложенные корни. Как вы думаете, осмысленно ли выражение:

$$\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2 + \dots}}}}$$

в котором бесконечно много корней? Найдите его значение. Получите значение выражения, если вместо 2 стоит произвольное число k . Можно ли для произвольного числа x найти такое A , чтобы $\sqrt{A + \sqrt{A + \sqrt{A + \dots}}} = x$? Аналогично исследуйте задачу, если вместо «+» стоят «-», а также если корни кубические или произвольной степени n .

4. Критерий разрезания прямоугольника. Можно ли разрезать квадрат 10×10 на прямоугольники 1×4 ? А квадрат 12×12 ? И вообще, квадрат с какими сторонами можно разрезать на прямоугольники 1×4 , а с какими — нельзя? Можно ли квадрат $n \times n$ разрезать на прямоугольники $1 \times k$, если n делится на k ? А если не делится, но n^2 делится на k ? Решите аналогичную обобщённую задачу для прямоугольников.

5. Квадратные расширения вещественных чисел. Рассмотрим числа $a + bx$, где $a, b \in \mathbb{R}$, а элемент x удовлетворяет некоторому квадратному соотношению $f \in \mathbb{R}_2[x]$, что $f(x) = x^2 + \alpha x + \beta = 0$ для некоторых вещественных α и β . Покажите, что полученное расширение не будет иметь делителей нуля тогда, и только тогда, когда соотношение f неприводимо. Можно отдельно исследовать случай, когда $f(x) = x^2$. Покажите, что структура таких чисел очень близка к комплексным: естественным образом вводится сопряжение, модуль и также применима основная теорема алгебры.